

پاسخنامه تشریحی

۱

الف

$$a^2 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} \Rightarrow \text{محیط } P = 4\sqrt{18} = 12\sqrt{2}$$

ب

$$\Delta = m^2 - 4(1)(-1) = m^2 + 4 \Rightarrow \text{همواره مثبت } \Rightarrow \text{۲ ریشه حقیقی دارد}$$

پ

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1$$

۲ گزینه الف

۳

الف

$$x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

ب

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(-2) = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \times 3} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + 7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{-5 - 7}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \end{cases}$$

۴ اگر طول مستطیل را x بگیریم، بنابراین عرض آن برابر $\frac{x}{2}$ است. در نتیجه:

$$\text{محیط مستطیل} = 2\left(x + \frac{x}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2}x = 3x$$

$$15 = \text{محیط مستطیل} \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow \text{طول مستطیل} = 5 \Rightarrow \text{عرض مستطیل} = \frac{x}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\text{طول} - \text{عرض} = 5 - 2,5 = 2,5$$

۵

اگر تعداد سه چرخه‌ها را برابر x در نظر بگیریم، تعداد دو چرخه‌ها برابر $3x$ است، حال مجموع تعداد چرخه‌ها برابر است با:

$$3 \times (x) + 2 \times (3x) = 90 \Rightarrow 3x + 6x = 90 \Rightarrow 9x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{9} = 10$$

$$\text{تعداد کل دو چرخه‌ها و سه چرخه‌ها} = \overset{\substack{\uparrow \\ \text{تعداد سه چرخه}}}{x} + 3x = 4x = 4 \times 10 = 40$$

$$\downarrow \text{تعداد دو چرخه}$$

۶ می‌دانیم در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ وقتی دو ریشه قرینه‌اند که دو شرط زیر برقرار باشد:

اول: a و c مختلف‌العلامه باشند، دوم: $b = 0$ باشد.

حال در معادله $0 = 25 - (5n - 10)x + x^2$ ، a و c مختلف‌العلامه هستند، یعنی $(a = 1, c = -25)$ بنابراین باید $b = 0$ باشد.

$$5n - 10 = 0 \Rightarrow 5n = 10 \Rightarrow n = 2$$

۷

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6x^2 + 6 = 13x \Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -13 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4(6 \times 6) = 169 - 144 = 25$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{قدرمطلق اختلاف دو عدد} = \left| \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right| = \left| \frac{9-4}{6} \right| = \frac{5}{6}$$

۸

اگر افراد اولیه n نفر باشند سهم هر فرد $\frac{1}{n}$ است و اگر دو نفر اضافه شوند سهم هر فرد $\frac{1}{n+2}$ است پس داریم:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{\cancel{n}+2-\cancel{n}}{n(n+2)} = \frac{1}{12} \rightarrow n^2 + 2n = 24$$

$$n^2 + 2n - 24 = 0 \rightarrow (n+6)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -6 \text{ (غ ق)} \\ n = 4 \text{ (ق ق)} \end{cases}$$

پس $n = 4$ است.